【理工学研究科機械工学専攻（専門）解答例と出題意図】
（熱力学）
【解答例】
(1) 断熱圧縮変化の式より

$$T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa-1}$$

圧縮比の定義から

$\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}$　よって　$T_2 = T_1 \cdot \varepsilon^{\kappa-1}$

状態 3 と状態 4 において断熱圧縮変化の式より

$$T_4 = T_3 \varepsilon^{-(\kappa-1)}$$

(2) 状態 2 から状態 3 と状態 4 から状態 1 の変化は共に定積変化であるから定積比熱 c_vを使って

$$Q_1 = m \cdot c_v(T_3 - T_2) = m \cdot c_v(T_3 - T_1\varepsilon^{\kappa-1})$$

$$Q_2 = m \cdot c_v(T_4 - T_1) = m \cdot c_v\left(T_3\varepsilon^{-(\kappa-1)} - T_1\right)$$

(3) $L = Q_1 - Q_2 = m \cdot c_v\left(T_3 - T_1\varepsilon^{\kappa-1} - T_3\varepsilon^{-(\kappa-1)} + T_1\right)$

$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}}$　(オットーサイクルの理論熱効率の式)

(4) L-x 線図は上に凸の曲線なので，頂点の値を求めれば最大出力となっている．

$\frac{dL}{dx} = 0$より

$$-T_1 + T_3 x^{-2} = 0$$

$x^2 = \frac{T_3}{T_1}$　　$\therefore \varepsilon = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)^{\frac{1}{2(\kappa-1)}}$

【出題意図】
熱力学，特に機械熱力学，工業熱力学にとって種々のサイクルは理解していなければなりません．本問題はオットーサイクルの基本的な問題になります．サイクル問題において最終的な答え理論は熱効率を求めることになります．そのためには入熱量，排熱量を計算して仕事量を求めることが要求されます．(1)から(3)までは基本的な問題になっており，解けなければいけない問題です．(4)は正否の分かれる問題です．内容的には高校数学の応用であり，上に凸の曲線において頂点を求めるためには頂点において傾きが 0 であることを使います．高校数学が，機械の設計に役立つ一例を示しています．

（流体力学）

【解答例】

（１）　L_1F_1

（２）　L_2F_2

（３）　$\frac{F_2}{A_2}$

（４）　$\frac{F_3}{A_3}$

（５）　$\left(\frac{A_3}{A_2}\right)\left(\frac{L_1}{L_2}\right)$

（６）　12

【注】（１）と（２）、（３）と（４）は、それぞれ順不同。
　　　（１）～（５）は解答の一例。他の表現もあり得る。

【出題意図】

本設問の（１）と（２）は、油圧ジャッキの基本構造で用いられる「てこの原理（モーメントのつり合い）」の理解、（３）と（４）は、流体力学の静力学で学ぶ「パスカルの原理」の理解を問う基礎問題である。（６）の設問は、円柱ピストンの半径や柄の長さの関係を使って求めることができる。

（機械力学）

【解答例】

(1) A　(m)

(2) $A\omega_n\cos(\omega_n t+\varphi)$

(3) $-A\omega_n^2\sin(\omega_n t+\varphi)$

(4) $f_n=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{100}{4}}=\frac{5}{2\pi}$　(Hz) or (1/s)

(5) $A\omega_n^2=0.1\times\sqrt{\frac{100}{4}}^2=0.1\times 25=2.5$　(m/s²)

【出題意図】

調和振動および固有振動に関する基礎知識を確認している。同時に、数学基礎の微分および数式理解を確認している。また、単位を問うことで物理的意味についての知識を確認している。

（材料力学）

【解答例】

A 点での反力を R_A、B 点での反力を R_B とすると y 方向の力のつり合い

$$R_A + R_B - 2wl = 0 \quad (1)$$

A 点回りのモーメントのつり合い式は

$$-2\mathrm{w}l^2 + R_B l = 0 \qquad (2)$$

とおける。

(1),(2)式から、支点反力を求めると

$$R_A = 0$$

$$R_B = 2wl$$

したがって、左端から x の位置におけるモーメントは、$0 \leqq x \leqq l$ で

$$M = -\frac{1}{2}wx^2$$

$l \leqq x \leqq 2l$

$$M = 2\mathrm{wl}(x - l) - \frac{1}{2}wx^2$$

これをたわみの基礎式に代入して、x に関して 2 回積分をすると

$0 \leqq x \leqq l$　でのたわみ角を　$\frac{dy_1}{dx}$　たわみをy_1　とすると、

$$\frac{d^2y_1}{dx^2} = -\frac{w}{EI}\left(-\frac{1}{2}x^2\right)$$

$$\frac{dy_1}{dx} = -\frac{w}{EI}\left(-\frac{1}{6}x^3 + C_1\right)$$

$$\mathrm{y}_1 = -\frac{w}{EI}\left(-\frac{1}{24}x^4 + C_1x + C_2\right)$$

同様に $l \leqq x \leqq 2l$ でのたわみ角を　$\frac{dy_2}{dx}$　たわみをy_2　とすると、

$$\frac{d^2y_2}{dx^2} = -\frac{w}{EI}(2lx - 2l^2 - \frac{1}{2}x^2)$$

$$\frac{dy_2}{dx} = -\frac{w}{EI}\left(lx^2 - 2l^2\mathrm{x} - \frac{1}{6}x^3 + C_3\right)$$

$$\mathrm{y}_2 = -\frac{w}{EI}\left(\frac{1}{3}lx^3 - l^2\mathrm{x}^2 - \frac{1}{24}x^4 + C_3x + C_4\right)$$

境界条件として

x=0 のとき　y_1=0

x=l のとき　y_1=0, y_2=0

x=l のとき$\frac{dy_1}{dx}=\frac{dy_2}{dx}$

これより、C_1,C_2, C_3,C_4 は

$C_1=\frac{1}{24}l^3$　C_2=0　$C_3=\frac{25}{24}l^3$　$C_4=-\frac{1}{3}l^4$

これらをたわみ、たわみ角の式に代入すると 0≦x≦l で

$$\frac{dy_1}{dx}=-\frac{w}{24EI}(-4x^3+l^3)$$

$$\mathrm{y}_1=-\frac{w}{24EI}(-x^4+l^3x)$$

l≦x≦2l　で

$$\frac{dy_2}{dx}=-\frac{w}{24EI}(24lx^2-48l^2\mathrm{x}-4x^3+25l^3)$$

$$\mathrm{y}_2=-\frac{w}{24EI}(8lx^3-24l^2\mathrm{x}^2-x^4+25l^3x-8l^4)$$

最大たわみy_{MAX}は x=2lのところであるから、y_2 に代入して

$$y_{\mathrm{MAX}}=\frac{wl^4}{4EI}$$

【解答例】

本設問は機械工学における重要な科目の一つである材料力学の中で、構造に荷重が加わった際の変形について、はりの曲げの理論に対して受験者が理解し、その計算方法を修得しているかを測ることを目的としている。はりの曲げのたわみ角、たわみに対する計算においては、はりに加わる力とそれに伴う反力のイメージをする基礎的な力学の理解とともに、それら力によって発生するモーメントの算出およびそこから導き出された数式をもとに反力を算出する基礎的な数学の学力を測る。加えて、得られたモーメントを用いて、微分・積分を利用して、たわみ角、たわみを算出する過程における数学の学力を測る。計算過程における積分定数の算出のために必要となる境界条件等については、はりの変形におけるイメージをもとにした力学的な思考を必要とすることから、本設問によって力学および数学に関する受験者の大学での修得状況を測ることが本質的な意図である。