

【理工学研究科電気工学専攻（専門）解答例と出題意図】

【解答例】

第 1 問

問 1

直流定常状態ではコンデンサは開放、インダクタは短絡となる。

回路は $2\Omega - 4\Omega - 2\Omega$ の直列回路となり、合成抵抗は 8Ω である。よって、

$$I_1 = \frac{8}{8} = 1.0 \text{ [A]}$$

問 2

交流解析では複素インピーダンスを用いる。

まず、右側の LC 直列回路に注目して、

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C}$$

$$Z_L = j\omega L$$

$$Z_{CL} = Z_C + Z_L = \frac{1}{j\omega C} + j\omega L$$

この回路と 4Ω 抵抗が並列となるため、 4Ω 抵抗と Z_{CL} の合成インピーダンスは、

$$Z_P = \frac{1}{\frac{1}{4} + \frac{1}{Z_{CL}}} = \frac{4Z_{CL}}{4 + Z_{CL}}$$

ここで、全体インピーダンスは、

$$Z_{total} = 2 + Z_P + 2 = 4 + Z_P = 4 + \frac{4Z_{CL}}{4 + Z_{CL}} = \frac{8(2 + Z_{CL})}{4 + Z_{CL}}$$

電源電流は、

$$I = \frac{V_2}{Z_{total}} = \frac{4}{Z_{total}} = \frac{4 + Z_{CL}}{2(2 + Z_{CL})}$$

よって、 4Ω 抵抗に流れる電流は分流法則を用いると、

$$I_2 = I \frac{Z_{CL}}{4 + Z_{CL}} = \frac{4 + Z_{CL}}{2(2 + Z_{CL})} \frac{Z_{CL}}{4 + Z_{CL}} = \frac{Z_{CL}}{2(2 + Z_{CL})} [A]$$

ただし、

$$Z_{CL} = \frac{1}{j\omega C} + j\omega L [\Omega]$$

問 3

右側の LC 直列において、 $Z_{CL} = 0$ となる時、すなわち LC 直列回路の共振時に 4Ω 抵抗の電流は最小のゼロとなるため (LC 直列回路の共振条件)、

$$\frac{1}{j\omega C} + j\omega L = 0$$

$$\rightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C}$$

したがって、

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} [\text{rad/s}]$$

$$I_3 = 0 [A]$$

第 2 問

問 1

点 A から点 C への位置ベクトルは、

$$r_{AC} = (2, 1, 2)[m]$$

$$\rightarrow |r_{AC}| = 3 [m]$$

したがって、

$$\begin{aligned} E_1 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{|r_{AC}|^3} r_{AC} = 9 \times 10^9 \times \frac{1 \times 10^{-9}}{3^3} (2a_x + a_y + 2a_z) = \frac{1}{3} (2a_x + a_y + 2a_z) \\ &= \frac{2}{3} a_x + \frac{1}{3} a_y + \frac{2}{3} a_z [V/m] \end{aligned}$$

問 2

点 B から点 C への位置ベクトルは、

$$r_{BC} = (1, 2, 2)[m]$$

$$\rightarrow |r_{AC}| = 3 [m]$$

したがって、

$$\begin{aligned} E_2 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{|r_{BC}|^3} r_{BC} = 9 \times 10^9 \times \frac{-2 \times 10^{-9}}{3^3} (a_x + 2a_y + 2a_z) = -\frac{2}{3} (a_x + 2a_y + 2a_z) \\ &= -\frac{2}{3} a_x - \frac{4}{3} a_y - \frac{4}{3} a_z [V/m] \end{aligned}$$

問 3

合成電界は、

$$E_C = E_1 + E_2 = -a_y - \frac{2}{3} a_z [V/m]$$

【出題意図】

第 1 問

本問は回路理論の基礎力と応用力を総合的に確認することを目的とする。直流定常状態における受動素子の振る舞い、複素インピーダンスを用いた交流解析、並列回路処理能力、さらに共振現象の理解とその物理的意味を説明できるかを評価する。

第 2 問

本問は静電界の基礎理解とベクトル演算能力を確認することを目的とする。クーロンの法則に基づく電界計算、位置ベクトル導出、単位ベクトル表示、距離の三乗依存性の理解、さらに電界の重ね合わせ原理を正確に適用できるかを評価する。